

EXAMEN

Date: 18/05/2016 | Heure: 13h00 | Durée: 2h00

MATIERE: MECANIQUE DES FLUIDES

ENSEIGNANT: G. BELLAKHAL

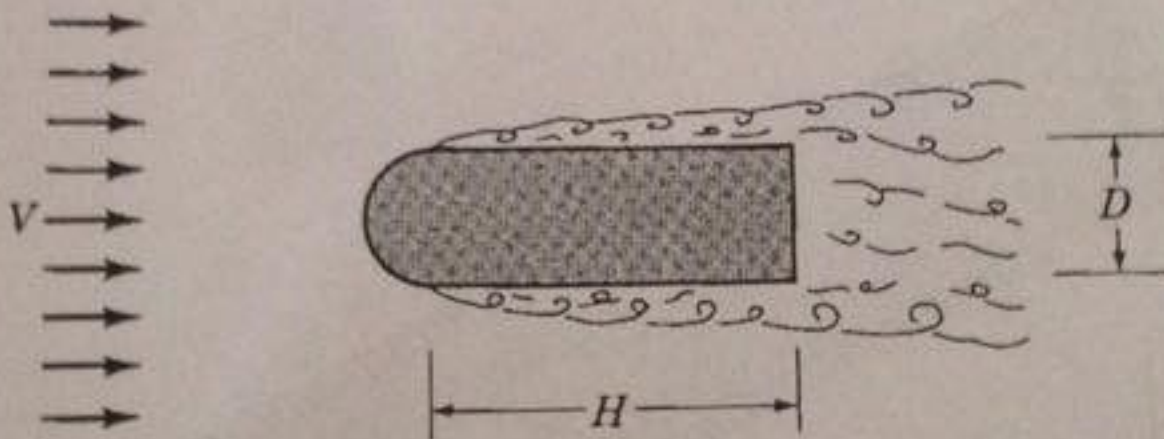
CLASSE : 1^{ère} MINDS

Documents: NON AUTORISES

Nombre de Pages = 3

EXERCICE 1: SIMILITUDES & TURBULENCES

Une structure métallique intégrant l'architecture d'un pont présente la forme donnée par la vue en coupe de la figure 1. On sait que lorsqu'un **écoulement stationnaire** d'air rencontre ce type d'objet, des structures turbulentes sont créées en aval. Ces tourbillons, de **fréquence caractéristique ω** , sont responsables de forces agissant de manière néfaste sur la structure du pont, c'est pourquoi il convient de les appréhender en effectuant des mesures sur un modèle réduit avant de construire le prototype.



- Figure 1 -

Pour le **prototype**, on a **$D = 0,1 \text{ m}$** , **$H = 0,3 \text{ m}$** et le vent qu'il faudra considérer est de vitesse **$V = 50 \text{ km/h}$** . On réalise alors une maquette telle que **$D_m = 20 \text{ mm}$** que l'on place dans un tunnel à eau. On y mesure une fréquence des turbulences **$\omega_m = 49,5 \text{ Hz}$** .

1. Montrer que la fréquence des turbulences peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\omega = \frac{V}{D} \mathfrak{R} \left(\text{Re}, \text{Fr}, \frac{H}{D} \right)$$

Où Re et Fr représentent respectivement les nombres de Reynolds et de Froude qu'on explicitera.

2. Sachant que la similitude géométrique est respectée, calculer H_m .

✗ A quelle vitesse V_m doit s'écouler l'eau autour de la maquette pour pouvoir transposer la mesure de ω_m sur la maquette à celle que l'on obtiendra sur le prototype.

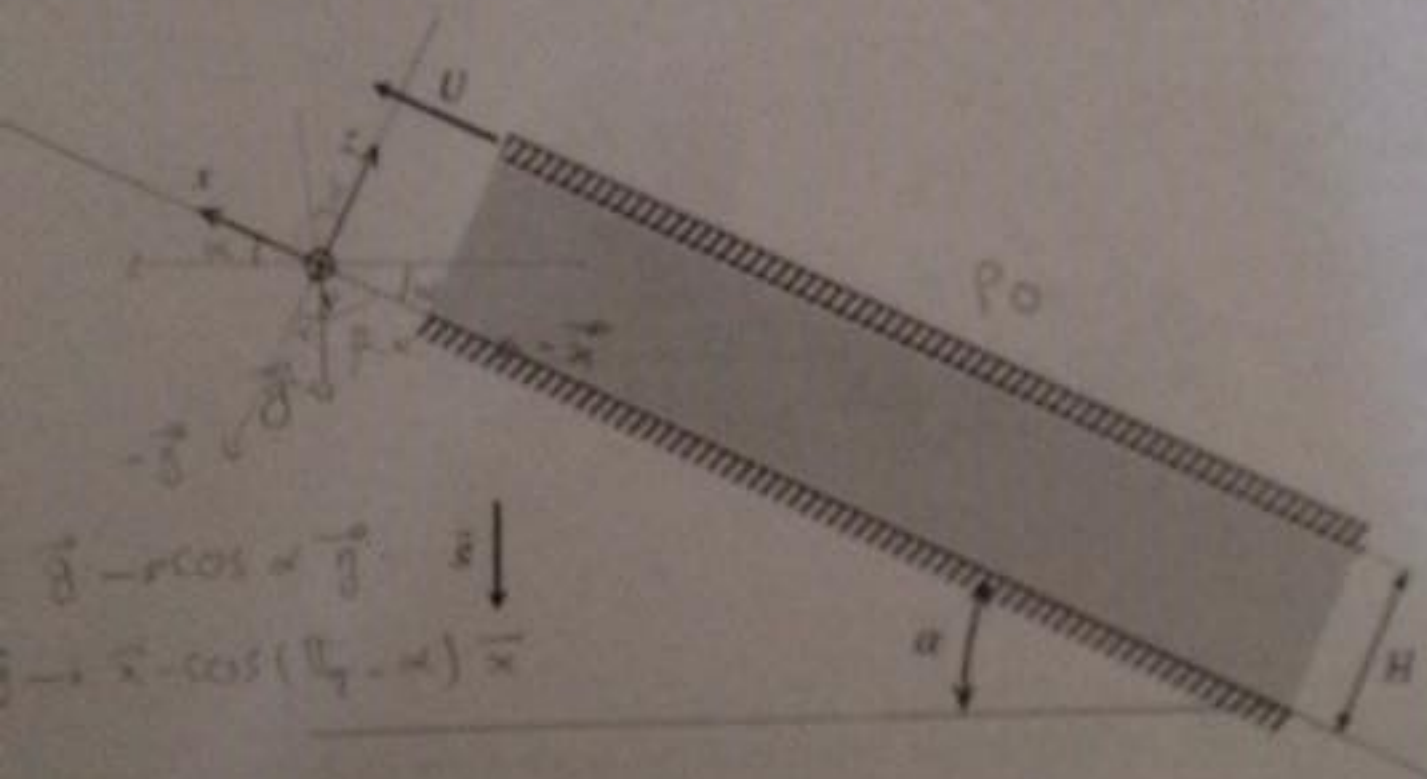
4. En déduire la valeur de la fréquence caractéristique des turbulences auxquelles sera soumise la structure métallique prototype.

Données :

$$\mu_m = 1,79 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}, \mu_p = 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}, \rho_m = 1,23 \text{ kg m}^{-3}, \rho_p = 1000 \text{ kg m}^{-3}$$

EXERCICE II : ECOULEMENT ENTRE DEUX PLAQUES INCLINEES

On considère l'écoulement **stationnaire, bidimensionnel dans le plan (\vec{e}_1, \vec{e}_2) et parallèle** d'un fluide visqueux (viscosité μ) et **incompressible (masse volumique ρ)** entre deux plaques infinies parallèles et inclinées d'un angle α avec l'horizontale. La plaque supérieure est animée d'une **vitesse constante U** alors que la plaque inférieure reste fixe. On choisira comme repère cartésien celui représenté sur la figure 2.



- Figure 2 -

✗ A partir de la symétrie du problème, établir que la vitesse du fluide s'exprime comme :

$$\vec{v} = u(z)\vec{e}_x$$

✗ Expliciter les équations de Navier-Stokes projetées sur les trois axes du repère cartésien sous leurs formes simplifiées.

4. En négligeant le poids de la plaque supérieure (ceci revient à poser la pression en $z = H$ constante et égale à P_0). Que peut-on en déduire sur le gradient de pression suivant l'axe (O, δ_x). Déterminer l'expression de la pression $p(x)$.
5. Montrer que le profil de vitesse est de la forme $u(x) = A x^2 + B x + C$. Établir les conditions aux limites permettant de trouver les trois constantes A , B et C .
6. Exprimer le débit volumique de liquide s'écoulant entre les deux plaques, sur une épaisseur unitaire ($\Delta y = 1$), en fonction de ρ , μ , g , α , H et U . Quelle condition portant sur U permet d'assurer un débit positif, et par voie de conséquence l'ascension globale du liquide.
6. En se plaçant dans le cas limite d'un débit nul, donner les éléments du tenseur des contraintes s'exerçant sur le fluide au contact de la plaque supérieure. En déduire la force de frottement qu'exerce le liquide sur cette plaque (considérer la force par unité de longueur suivant x et suivant y).